

Trouver la fonction passant par 3 points

Modéliser un jet d'eau — méthode pas à pas

L'idée, toujours la même

Une fonction du 2nd degré s'écrit $f(x) = ax^2 + bx + c$: il y a 3 inconnues (a , b , c).

Pour les trouver, il faut 3 informations → c'est le rôle des 3 points. « Passer par le point $(x; y)$ » signifie simplement $f(x) = y$.

Chaque point donne une équation → 3 points = 3 équations → on résout le système.

ENTRAÎNEMENT · NOMBRES SIMPLES

1

Pour comprendre le raisonnement

Points donnés : $(0; 1)$, $(1; 3)$ et $(2; 1)$.

ÉTAPE 1 Le point d'abscisse 0 donne c

$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$, et ce point vaut 1 :

$$f(0) = 1 \implies c = 1$$

Réflexe à garder. Un point dont l'abscisse est 0 donne c immédiatement, sans calcul. On le traite toujours en premier.

ÉTAPE 2 Les deux autres points donnent 2 équations

Point (1;3) : $a + b + c = 3$. Comme $c = 1$:

$$a + b = 2 \quad (\mathbf{A})$$

Point (2;1) : $4a + 2b + c = 1$. Comme $c = 1$, puis on divise par 2 :

$$2a + b = 0 \quad (\mathbf{B})$$

ÉTAPE 3 Résoudre le système (A) et (B)

On soustrait (A) à (B) pour éliminer b :

$$(2a + b) - (a + b) = 0 - 2 \implies a = -2$$

Puis avec (A) : $b = 2 - a = 2 - (-2) = 4$.

ÉTAPE 4 Vérifier

CONTRÔLE

$$f(0) = 1 \checkmark \cdot f(1) = -2 + 4 + 1 = 3 \checkmark \cdot f(2) = -8 + 8 + 1 = 1 \checkmark$$

RÉPONSE

$$f(x) = -2x^2 + 4x + 1$$

2

L'EXERCICE · LE JET DU MANNEKEN-PIS

Le « vrai » problème

Points relevés au hasard sur le jet d'eau : (0 ; 10,07), (80 ; 100) et (40,16 ; 77,33).

Les nombres sont « moches » car les points ont été pris aléatoirement : le résultat sera donc **approché**.

ÉTAPE 1 Le point d'abscisse 0 donne c

Exactement comme à l'entraînement :

$$f(0) = c = 10,07$$

ÉTAPE 2 Les deux autres points donnent 2 équations

Point (80 ; 100), avec $80^2 = 6400$ et $c = 10,07$:

$$6400a + 80b = 89,93 \quad (\text{A})$$

Point (40,16 ; 77,33), avec $40,16^2 \approx 1612,83$ et $c = 10,07$:

$$1612,83a + 40,16b = 67,26 \quad (\text{B})$$

ÉTAPE 3 Résoudre le système (A) et (B)

On isole b dans (A) (division par 80) :

$$b = \frac{89,93 - 6400a}{80} = 1,1241 - 80a$$

On remplace dans (B) :

$$1612,83a + 40,16(1,1241 - 80a) = 67,26$$

$$1612,83a + 45,14 - 3212,8a = 67,26$$

$$-1599,97a = 22,12 \implies a \approx -0,0138$$

On revient chercher b :

$$b = 1,1241 - 80(-0,0138) \approx 2,23$$

ÉTAPE 4 Vérifier

CONTRÔLE

$$f(0) = 10,07 \checkmark \cdot f(80) \approx -88,5 + 178,4 + 10,07 \approx 100 \checkmark \cdot$$

$$f(40,16) \approx 77,3 \checkmark$$

COHÉRENCE PHYSIQUE

$a < 0$: la parabole est tournée vers le bas — le jet monte puis retombe. 💧

C'est bien le comportement attendu.

RÉPONSE

$$f(x) \approx -0,0138 x^2 + 2,23 x + 10,07$$

Les 3 réflexes : le point en $x = 0$ donne c · les deux autres donnent **2 équations en a et b** · on résout le système.