

MATHÉMATIQUES · PROBLÈMES TEXTUELS

Exercices 32 à 35

Mise en équation et résolution détaillée

La méthode générale à retenir

1. **Poser une variable** (identifier ce que l'on cherche).
2. **Traduire l'énoncé** par une équation.
3. **Résoudre** l'équation mathématiquement.
4. **Vérifier** que la réponse a un sens (ex: rejeter une longueur négative).
5. **Répondre** avec une phrase complète et les unités.

VITESSE, DISTANCE, TEMPS

32

Vitesse d'un bateau

Deux villes A et B sont situées le long d'un fleuve. La ville A se trouve à **42 km en aval** de la ville B. Un bateau fait la navette.

Sachant que la vitesse du courant est de **4 km/h** et que la différence de durée des trajets entre l'aller et le retour est de **1 h 12 min**, calcule la vitesse du bateau.

ÉTAPE 1 Poser la variable et les vitesses

Soit v la vitesse propre du bateau en km/h.

En descente (avec le courant) : vitesse = $v + 4$

En montée (contre le courant) : vitesse = $v - 4$

ÉTAPE 2 Traduire les durées ($T = \frac{D}{V}$)

Durée en descente : $\frac{42}{v+4}$

Durée en montée : $\frac{42}{v-4}$

La différence est de 1 h 12 min, soit 1,2 heure.

$$\frac{42}{v-4} - \frac{42}{v+4} = 1,2$$

ÉTAPE 3 Résoudre l'équation

$$\frac{42(v+4) - 42(v-4)}{(v-4)(v+4)} = 1,2$$

$$\frac{42(8)}{v^2 - 16} = 1,2$$

$$336 = 1,2(v^2 - 16)$$

$$336 = 1,2v^2 - 19,2$$

$$355,2 = 1,2v^2 \implies v^2 = 296$$

$$v = \sqrt{296} \approx 17,2$$

RÉPONSE

La vitesse propre du bateau est d'environ 17,2 km/h.

PARTAGE DE FRAIS

33

Nombre d'élèves

Les élèves d'une classe doivent payer 576 € pour un bus.

Deux élèves ne pouvant pas payer, les autres ont à leur charge 1,20 € de plus que prévu. Détermine le nombre d'élèves de la classe.

ÉTAPE 1 Poser l'équation

Soit n le nombre total d'élèves.

Prix initial par élève : $\frac{576}{n}$

Nouveau prix payé par les $n - 2$ élèves restants : $\frac{576}{n} + 1,20$

Le total payé par les élèves restants doit toujours faire 576 € :

$$(n - 2) \left(\frac{576}{n} + 1,20 \right) = 576$$

ÉTAPE 2 Résoudre l'équation

$$576 + 1,20n - \frac{1152}{n} - 2,40 = 576$$

$$1,20n - 2,40 - \frac{1152}{n} = 0$$

On multiplie tout par n puis par 10 :

$$12n^2 - 24n - 11520 = 0$$

On divise par 12 pour simplifier :

$$n^2 - 2n - 960 = 0$$

En factorisant ou en calculant le discriminant, on trouve $(n - 32)(n + 30) = 0$

.

Les solutions sont $n = 32$ et $n = -30$. On rejette la solution négative.

RÉPONSE

Il y a 32 élèves dans la classe.

34

GÉOMÉTRIE

Rectangle avec périmètre et aire

Détermine, si cela est possible, les dimensions d'un rectangle dont le périmètre vaut **8 cm** et l'aire **5 cm²**.

ÉTAPE 1 Traduire l'énoncé

Soient x et y les dimensions.

$$\text{Périmètre : } 2x + 2y = 8 \implies x + y = 4 \implies y = 4 - x$$

$$\text{Aire : } x \cdot y = 5$$

ÉTAPE 2 Mise en équation et résolution

On remplace y dans la formule de l'aire :

$$x(4 - x) = 5 \implies -x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$\text{Calculons le discriminant : } \Delta = (-4)^2 - 4(1)(5) = 16 - 20 = -4.$$

Comme $\Delta < 0$, il n'y a aucune solution réelle.

RÉPONSE

C'est impossible : aucune dimension réelle ne convient.

35

ACHAT ET REVENTE

Prix d'achat d'un vase

Un brocanteur achète un lot de vases pour **360 €**.

Trois vases sont cassés. Il revend les autres en augmentant le prix

unitaire de **5 €** et fait un bénéfice global de **15 €**.
Combien chaque vase lui avait-il coûté initialement ?

ÉTAPE 1 Poser l'équation

Soit n le nombre de vases achetés au départ.

Prix d'achat unitaire : $\frac{360}{n}$

Nouveau prix de vente : $\frac{360}{n} + 5$

Il revend $n - 3$ vases pour un total de $360 + 15 = 375$ € :

$$(n - 3) \left(\frac{360}{n} + 5 \right) = 375$$

ÉTAPE 2 Résoudre l'équation

$$360 + 5n - \frac{1080}{n} - 15 = 375$$

$$5n - 30 - \frac{1080}{n} = 0$$

On multiplie par n puis on divise par 5 :

$$5n^2 - 30n - 1080 = 0 \implies n^2 - 6n - 216 = 0$$

Calcul du discriminant : $\Delta = (-6)^2 - 4(1)(-216) = 36 + 864 = 900$.

$n = \frac{6 \pm 30}{2} \implies n = 18$ ou $n = -12$. On garde la valeur positive : 18 vases.

Le prix d'achat d'un vase était de $360/18 = 20$ €.

RÉPONSE

Chaque vase avait coûté initialement 20 €.